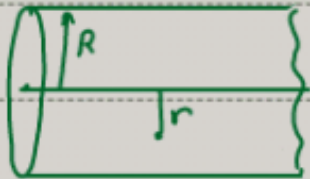


$$V_1 = k \frac{4q}{a\sqrt{2}}, \quad V_2 = k \frac{q}{a\sqrt{2}}, \quad V_3 = \frac{k(-4q)}{2a} \quad \text{جواب ۱}$$

$$V_A = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{2kq}{a} \left(\frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 \right)$$

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{23} = \frac{k(4q)(q)}{a} + \frac{k(4q)(-4q)}{a\sqrt{2}} + \frac{k(q)(-4q)}{a} \quad (۲)$$

$$U = \frac{4kq^2}{a} \left(1 - \frac{4}{\sqrt{2}} - 1 \right) = \frac{4kq^2}{a} \left(-\frac{4}{\sqrt{2}} \right)$$



جول می به میدان با استفاده از قانون گاوس، به سادگی انجام می شود، ابتدا میدان می به سه روش پتانسیل را با میدان می به می کنیم. جواب ۲:

$$r < R: \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0} \rightarrow E 2\pi r L = \frac{\rho \pi r^2 L}{\epsilon_0} \rightarrow E_r = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$$

$$r > R: \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0} \rightarrow E 2\pi r L = \frac{\rho \pi R^2 L}{\epsilon_0} \rightarrow E_r = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}$$

$$V = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \int_{\infty}^R E_r dr - \int_R^r E_i dr = - \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \int_{\infty}^R \frac{dr}{r} - \frac{\rho}{2\epsilon_0} \int_R^r r dr$$

$$= - \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} (\ln r) \Big|_{\infty}^R - \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left(\frac{r^2}{2} \right) \Big|_R^r = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln R - \frac{\rho}{4\epsilon_0} (r^2 - R^2)$$

مبدأ برای پتانسیل، از نظر ریاضی جایی است که تابع پتانسیل در آن نقطه صفر شود.

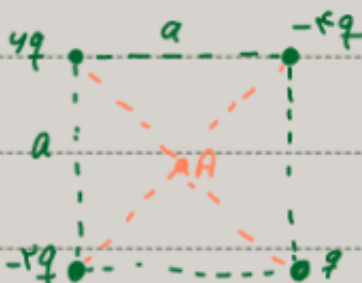


الف) پتانسیل دو قطب روی نمودار صاف آن، صفر است. جواب ۳:

$$V_1 = 0 \quad \text{ب) پتانسیل حلقه در مرکز است} \quad V_2 = \frac{k \lambda 2\pi (2R)}{2R} = \frac{k \lambda 2\pi R}{R}$$

$$V_3 = \frac{k \lambda \ell}{R} = \frac{k \lambda R \beta}{R} \quad \text{ج) پتانسیل کمان در مرکز است} \quad V_4 = \frac{k \lambda \ell}{R}$$

$$V_A = V_1 + V_2 + V_3 = 2k\lambda\pi + k\lambda\beta = k\lambda(2\pi + \beta)$$



$$V_A = \frac{k(-4q)}{a\sqrt{2}} + k \frac{(4q)}{a\sqrt{2}} + \frac{k(-2q)}{a\sqrt{2}} + k \frac{q}{a\sqrt{2}} = \frac{2kq}{a\sqrt{2}} \quad \text{جواب ۴}$$

$$W = q \Delta V \rightarrow W = (3q)(V_A - V_\infty) = 3q \left(\frac{1}{a\sqrt{2}} \right) = \frac{4kq^2}{a\sqrt{2}} \quad (ب)$$



$$U = \sum_{i,j} U_{ij} = \frac{k(-4q)(4q)}{a} + \frac{k(-4q)(-2q)}{a\sqrt{2}} + \frac{k(-4q)(q)}{a} \quad (ج)$$

$$+ k \frac{(4q)(-2q)}{a} + \frac{k(4q)(q)}{a\sqrt{2}} + k \frac{(-2q)(q)}{a} + k \frac{(-4q)(3q)}{a\sqrt{2}} + k \frac{(4q)(3q)}{a\sqrt{2}} + k \frac{(-2q)(3q)}{a\sqrt{2}} + k \frac{q(3q)}{a\sqrt{2}}$$

$$U = k \frac{q^2}{a} \left\{ -24 + \frac{1}{\sqrt{2}} - 4 - 12 + \frac{4}{\sqrt{2}} - 2 - \frac{24}{\sqrt{2}} + \frac{12}{\sqrt{2}} - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} \right\} = \frac{kq^2}{a} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} - 42 \right\}$$



ابتدا با قانون گاوس، میدان را در همه نواحی محاسبه کرده و سپس پتانسیل را

جواب ۵-

محاسبه می‌آوریم.

$$r < R: \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \rightarrow E \cdot 2\pi r^2 = \frac{+4q}{\epsilon_0} \rightarrow E_1 = \frac{q}{\pi \epsilon_0 r^2}$$

$$R < r < 2R \rightarrow E_r = 0 \quad \text{داخل رسان است.}$$

$$r > 2R: \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \rightarrow E \cdot 2\pi r^2 = \frac{+4q + (-2q)}{\epsilon_0} \rightarrow E_r = \frac{q}{\pi \epsilon_0 r^2}$$

$$V(r) = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{l} \rightarrow r > 2R: V = - \int_{\infty}^r E_r dr = - \frac{q}{\pi \epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = - \frac{q}{\pi \epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right)_{\infty}^r$$

$$V_r = \frac{-q}{\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r} \right) \rightarrow V_r = \frac{q}{\pi \epsilon_0 r}$$

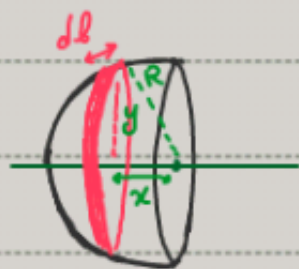
$$R < r < 2R: V = - \int_{\infty}^r E dr = - \int_{\infty}^{2R} E_r dr - \int_{2R}^r E_r dr = - \frac{q}{\pi \epsilon_0} \int_{\infty}^{2R} \frac{dr}{r^2} - 0$$

$$V_r = \frac{q}{\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{2R} \right) = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R}$$

$$r < R: V = - \int_{\infty}^r E dr = - \int_{\infty}^{2R} E_r dr - \int_{2R}^R E_r dr - \int_R^r E_1 dr$$

$$V_1 = - \frac{q}{\pi \epsilon_0} \int_{\infty}^{2R} \frac{dr}{r^2} - 0 - \frac{q}{\pi \epsilon_0} \int_R^r \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R} - \frac{q}{\pi \epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right)_R^r$$

$$V_1 = \frac{q}{\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{4R} - \frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right) = \frac{q}{\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{4R} \right)$$



جواب ۶- با استفاده از تیابنل حلقه، به عنوان الان بار سطحی، یک حلقه به شعاع y و پهنا dl

$$dl \text{ در نظر می گیریم.} \quad dv = \frac{k dq}{r} = \frac{k dl}{R}$$

با توجه به اینکه فاصله $r=R$ ثابت است، خواهیم داشت:

$$v = \int dv = \frac{k}{R} \int dl = \frac{k q}{R}$$



جواب ۷- الان با راحله به شعاع y و پهنا dy در نظر گرفته و از تیابنل حلقه روی محور،

استفاده می کنیم.

$$dv = \frac{k dq}{r} = \frac{k dq}{\sqrt{(2R)^2 + y^2}} = \frac{k \sigma ds}{\sqrt{4R^2 + y^2}} = \frac{k \sigma 2\pi y dy}{\sqrt{4R^2 + y^2}}$$

$$v = \int dv = k \sigma 2\pi \int_R^{2R} \frac{y dy}{\sqrt{4R^2 + y^2}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left\{ \sqrt{4R^2 + y^2} \right\}_R^{2R}$$

$$v = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left\{ \sqrt{4R^2 + 4R^2} - \sqrt{4R^2 + R^2} \right\} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0} (\sqrt{13} - \sqrt{5})$$